Лихви. Комбинаторика. Статистика

I. Лихви. Кредити

1. Лихви

Обикновено лихвата се изчислява за даден период от време като процент от капитала вложен в банката. Този процент се нарича лихвен процент и се отбелязва с p, даденият период от време се нарича лихвен период и се отбелязва с n, а капитала вложен в банката се нарича начален (основен) капитал и се отбелязва с K_0. Нарасналия капитал за n-тия лихвен период се отбелязва с K_n.

Лихвата бива няколко вида:

- **Проста лихва** – Лихва, която се изплаща, когато в края на всеки лихвен период n се олихвява само внесения начален капитал K_0. Нарасналият капитал K_n при проста лихва $p\%$ се изчислява по формулата:

(1) $K_n = K_0\left(1+\frac{p}{100}.n\right)$

Бележка:

Във формула (1) лихвеният процент $p\%$ е превърнат в число $\frac{p}{100}$.

- **Сложна лихва** – Лихва, която се изплаща, когато в края на всеки лихвен период n се прибавя към внесения начален капитал K_0 и в следващите периоди се олихвява заедно с него. Нарасналият капитал K_n в края на n-тия период при $p\%$ сложна лихва се изчислява по формулата:

(2) $K_n = K_0.q^n = K_0\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$, където $q = 1+\frac{p}{100}$ се нарича лихвен множител.

2. Кредит

Ако изтеглената сума от банка или друга кредитна институция е K лв. с лихвен процент (годишен или месечен) $p\%$, то за определен период от време n сумата трябва да се изплати чрез равни погасителни вноски V. Тези вноски се намират от формулата:

(3) $V = K\frac{q^n(q-1)}{q^n-1}$, където $q = 1+\frac{p}{100}$ се нарича лихвен множител.

Основни типове задачи

Зад. 1: Фирма взема заем от банка в размер от 200 000 лв. при 12% проста годишна лихва. Каква сума фирмата трябва да внесе в банката след 7 години?

<u>Решение:</u> В случая началната сума е $K_0 = 200\ 000$ лв., простата годишна лихва е $p\% = 12\%$, а лихвеният период е $n = 7$ години. От (1) получаваме:

$K_n = K_0\left(1+\frac{p}{100}.n\right) = 200\ 000\left(1+\frac{12}{100}.7\right) = 200\ 000.1{,}84 = 368\ 000.$

Зад. 2: Сума от 300 лв. е вложена в банка на срочен месечен депозит при годишен лихвен процент от 5,4%. Каква ще бъде сумата след 3 месеца?

<u>Решение:</u> В случая имаме $K_0 = 300$ лв., $n = 3$ месеца, а месечният лихвен процент получаваме от дадения годишен, т.е. $p = 5{,}4:12 = 0{,}45$. От формулата за сложна лихва (2) получаваме

- $q = 1+\frac{p}{100} = 1+\frac{0{,}45}{100} = 1 + 0{,}0045 = 1{,}0045$
- $K_3 = K_0.q^3 = 300.1{,}0045^3 = 304{,}07$.
  т.е. след 3 месеца сумата ще бъде 304 лв. и 7 ст.

Зад. 3: При какъв лихвен процент начален капитал ще нарасне 1,6 пъти за 9 години?

<u>Решение:</u> Преобразуваме (2) по следния начин:

- $K_n = K_0.q^n \Leftrightarrow q^n = \frac{K_n}{K_0}$ и като коренуваме получаваме $q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}$.
- от друга страна $q = 1+\frac{p}{100}$
- приравняваме двете равенства и получаваме

(4) $p = \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}-1\right).100$

В конкретната задача са дадени: нарастването на капитала $\frac{K_n}{K_0} = 1{,}6$ и n = 9, тогава от (3) следва p = ($\sqrt[9]{1,6}$ – 1) 100 = (1,054 – 1) 100 = 0,054.100 = 5,4, т.е. при лихвен процент 5,4 % условието на задачата се изпълнява.

Зад. 4: След колко месеца влог от 3 000 лв. на срочен месечен депозит при годишен лихвен процент 5, 4 % ще нарасне на 4 000 лв.?

Решение: От $q^n = \frac{K_n}{K_0}$ като логаритмуваме двете страни при основа 10 получаваме $\lg q^n = \lg \frac{K_n}{K_0}$ и от свойствата на логаритмите получаваме

(5) $n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q}$

- В конкретната задача имаме $K_n = 4\,000$, $K_0 = 3\,000$.
- Намираме q:
  - месечният лихвен процент е p = 5, 4 : 12 = 0, 45 %
  - $q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{0,45}{100} = 1,0045$
- от (4) получаваме $n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q} = \frac{\lg 4000 - \lg 3000}{\lg 1,0045} = \frac{3,60 - 3,48}{0,002} = \frac{0,12}{0,002} = 60$, т.е. след 60 месеца (5 години) влог от 3 000 лв. ще нарасне на 4 000 лв.

Зад. 5: Търговска фирма изтеглила от банка кредит от 100 000 лв. за десет години при 5% сложна годишна лихва при условие, че фирмата ще погасява кредита с годишна кредитна вноска. Определете погасителната вноска.

Решение: По условие имаме K = 100 000, n = 10, $q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1,05$, тогава от формула (5) получаваме, че погасителната вноска е

$$V = K\frac{q^n(q-1)}{q^n - 1} = 10^5 \frac{1,05^{10}(1,05-1)}{1,05^{10} - 1} = 10^5 \frac{1,629.0,05}{0,629} = 10^5 \frac{0,08145}{0,629} = 10^5 .0,12949 = 12949$$, т.е.

погасителната вноска е 12 949 лв.

II. Комбинаторика

1. Съединения

Съединение се нарича група от елементи на дадено крайно множество. В зависимост от това какви са елементите на съединението различаваме следните видове:

- **Съединение без повторение** – съединение, което се състои от различни елементи;

Например: Групата от числа 1, 2, 3 или 2, 3, 1 са две съединения с неповтарящи се елементи (числата 1, 2 и 3).

- **Съединение с повторение** – при този вид съединение някои елементи могат да се повтарят.

Например: Групата от числа 1, 1, 3 или 2, 2, 1 са две съединения с повтарящи се елементи.

Бележка:

Ще разглеждаме само съединения с неповтарящи се елементи.

2. Основни правила за действия със съединения

- **Правило за събиране** – Ако елементът A може да бъде избран по N начина, а друг елемент B – по M начина, то кой да е елемент A или B от групата може да бъде избран по N + M начина.
- **Правило за умножение** – Ако елементът A може да бъде избран по N начина и при всеки избор на A елементът B може да бъде избран по M начина, то изборът на наредената двойка (A, B) може да стане по N.M начина.

3. Основни видове съединения

- **Пермутации** – Наредена група, която съдържа всички дадени елементи точно по един път, т.е. две пермутации могат да имат еднакви елементи и се различават само по подредбата им.

Например: Числата 1 и 2 образуват следните две различни пермутации: (1,2) и (2,1).

Броят на всички пермутации от n елемента се означава с P_n и се намира по формулата:

адрес: гр.София, ж.к. Надежда, бл. 335 ☎: 897 99 54 вечер, г-н Станев; Web страница: www.solema.hit.bg ; E-mail: solema@gbg.bg

(6) $P_n = n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1 = n!$

- **Вариации** – Наредена група от k различни елемента (k-ти клас) избрани измежду дадените n елемента, като $k \leqslant n$.

Две вариации се различават една от друга или по един различен елемент или ако имат еднакви елементи, но подредени по различен начин.

Например: С цифрите 1, 2 и 3 могат да се съставят следните различни двуцифрени числа: 12, 21, 13, 31, 23, 32. Виждаме, че първата и втората наредена двойка от числа имат еднакви елементи, но подредени по различен начин. Затова, тези двойки са вариации. Първата и последната двойка от числа се състои от различни елементи затова, те също са две различни вариации.

Броят на вариациите на n елемента от k-ти клас се означава V_n^k и се намира по формулата

(7) $V_n^k = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

- **Комбинации** – Наредена група от k различни елемента (k-ти клас) избрани измежду дадените n елемента, като редът на елементите в групата е без значение, т.е. две комбинации са различни, ако имат поне един различен елемент.

Например: Нека да вземем числото 123. Ако разместим (пермутираме) елементите на това число, получаваме $P_3 = 3! = 3.2.1 = 6$ съединения. Това са числата 123, 132, 213, 231, 312, 321. Тези 6 съединения са една и съща комбинация от числата 1, 2 и 3, защото не се различават по елементи, но разглеждани като вариации, те са различни вариации.

Броят на комбинациите на n елемента от k-ти клас се означава C_n^k и се намира по формулата

(8) $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k(k-1)(k-2)\dots 2.1} = \frac{n!}{n!(n-k)!}$

4. Класическа вероятност

- **Определение** – Вероятност p за настъпване на едно събитие A наричаме отношението на броя m на благоприятните случаи на A към броя n на всички възможни случаи.

(9) $p(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{брой на благоприятните случай}}{\text{брой на възможните случай}}$

- **Достоверно събитие** – събитие, което има вероятност 1, т.е. достоверно е събитие, което настъпва при всеки изход.

Например: Достоверно събитие е вероятността водата да се превърне в лед, ако я поставим в хладилника.

- **Невъзможно събитие** – събитие, което има вероятност 0, т.е. невъзможно е събитие, което няма да настъпи.

Например: Невъзможно събитие е при хвърлянето на един зар да се падне 7.

Основни типове задачи

Зад. 6: От 10 певици и 8 певци се избира един изпълнител за солист. По колко различни начина може да стане това?

Решение: Певец може да бъде избран по 8 различни начина (защото са 8 мъже), а певица – по 10 начина (защото са 10 жени). Използваме правилото за събиране на съединения и затова солист (певец или певица) се избира по 8 + 10 = 18 начина.

Зад. 7: В ресторант предлагат 4 вида супи, 6 основни ястия и 3 десерта. Колко различни обяда могат да се поръчат?

Решение: Използваме правилото за умножение, защото при всеки избор на супа избираме още основно ястие и десерт. Супата се избира по 4 различни начина. При всеки избор на супа основното ястие се избира по 6 начина, тогава групата (супа, ястие) се избира по 4.6=24 начина. Комбинираме всяка от тези двойки с възможните десерти, т.е. имаме 24.3=72 различни обяда.

Зад. 8: Колко са петцифрените числа съдържащи цифрите 1, 2, 3, 4 и 5 точно по веднъж?

Решение: Броят на всички елементи е 5 като всеки елемент участва точно по един път, затова трябва да намерим броя на пермутациите. От 5 цифри могат да бъдат съставени $P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$ петцифрени числа.

Зад. 9: Колко са четирицифрените числа, които съдържащи цифрите 0, 1, 2 и

3 точно по веднъж?

Решение:

- От 4 цифри могат да бъдат съставени $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$ четирицифрени числа.
- От този брой трябва да извадим броя на пермутациите, при които първата цифра е 0 (защото няма число започващо с нула), т.е. $P_3 = 3.2.1 = 6$.
- Следователно броят на четирицифрените числа, съставени от дадените четири цифри, е $P_4 - P_3 = 24 - 6 = 18$.

Зад. 10: Дадени са 6 различни по цвят ленти. Намерете колко различни трицветни знамена могат да се ушият от тях.

Решение: Нека всеки цвят да означим с буквите А, Б, В, Г, Д, Е. Вижда се, че за да получим трибуквена дума (едно трицветно знаме) редът на буквите е от значение, то броят на всяка тройка цветове е равен на броя на вариациите на 6 елемента от 3 клас или $V_6^3 = 6.5.4 = 120$, т.е. могат да се ушият 120 знамена.

Зад. 11: Телефонен номер се състои от 6 различни цифри. Човек запомнил само три от тях. Колко опита най-много трябва да направи, за да улучи номера?

Решение: Всички цифри са 10 (включително и нулата), но се знаят само три, то за да се улучи номера трябва да се изберат 3 от останалите 7. Тъй като редът на цифрите е от значение, то броят на всички опита е равен на броя на вариациите на 7 елемента от 3 клас или , $V_7^3 = 7.6.5 = 210$, т.е. човекът трябва да направи най-много 210 опита.

Зад. 12: Колко са четирицифрените числа, които съдържащи цифрите 0, 1, 2, 3, 4 и 5 точно по веднъж?

Решение:

- Редът на числата в групата е от значение като не се използват всички дадени числа, тогава броят на четирицифрените числа ($k = 4$), които могат да се съставят от шест цифри ($n = 6$) е равен на броя на вариациите на шест елемента от 4 клас $V_6^4 = 6.5.4.3 = 360$;
- Намираме броят на четирицифрените числа започващи с 0 (защото няма число започващо с нула). Той е равен на броя на вариациите на 5 елемента ($n = 5$) от 3 клас ($k = 3$) $V_5^3 = 5.4.3 = 60$;
- Броят на четирицифрените числа получени от дадените цифри е $V_6^4 - V_5^3 = 360 - 60 = 300$.

Зад. 13: По колко различни начина може да се състави отбор от 3 души, ако изборът се прави измежду 6 човека?

Решение: Нека участниците означим с числата 1, 2, 3, 4, 5 и 6. В случая е важно кои участници влизат в отбора, но редът им в списъка няма значение, защото тройките (1, 2, 3) и (3, 2, 1) представляват един и същи отбор. затова намираме броя на комбинациите на 6 елемента ($n = 6$) от 3 клас ($k = 3$).

- $V_6^3 = 6.5.4 = 120$;
- $P_3 = 3.2.1 = 6$;
- $C_6^3 = \frac{V_6^3}{P_3} = \frac{120}{6} = 20$, т.е. при даденото условие могат да се съставят 20 отбора.

Зад. 14: В цветарски магазин има 15 червени и 20 бели рози. За съставяне на букет от 5 рози се използват 2 червени и 3 бели рози. Колко букета могат да бъдат съставени?

Решение: В букета е важно не подредбата на розите, а елементите от които е изграден, затова търсим комбинации без повторение.

- От 15 червени рози могат да бъдат избрани 2 по $C_{15}^2 = \frac{V_{15}^2}{P_2} = \frac{15.14}{2.1} = 105$ начина.
- От 20 бели рози могат да бъдат избрани 3 по $C_{20}^3 = \frac{V_{20}^3}{P_3} = \frac{20.19.18}{3.2.1} = 1140$ начина.
- По правилото за умножение, букет от 5 рози може да бъде избран по $C_{15}^2.C_{20}^3 = 105.1140 = 119\,700$ начина.

Зад. 15: Да се намери колко окръжности са определени от 7 точки, ако никои 3 от тях не лежат на една права и никои 4 не лежат на една окръжност.

(Зрелостен изпит, 1995)

Решение: Обозначаваме дадените точки с A,B,C,D,E,F и G. Една окръжност се определя от 3 точки. Например точките B,C,F определят една окръжност, която означаваме (BCF). Съединенията (окръжностите) (BFC) и (FBC) са една и съща окръжност, защото не се различават по елементи (обаче, съединенията (BFC) и (ADG) са различни окръжности). Затова търсим броя на комбинациите на 7 елемента ($n = 7$) от 3 клас ($k = 3$), т.е. броя на търсените окръжности е $C_7^3 = \frac{V_7^3}{P_3} = \frac{7.6.5}{3.2.1} = 35$.

Зад. 16: В един състав имало 10 певци и 12 певици. За концерт по случаен начин се избира група от трима човека. Каква е вероятността в групата да има:

а) 2 певици и 1 певец;

б) 3 певици.

Решение: В състава има 22 човека и се избират трима от тях, затова броят на всички възможни групи е $n = C_{22}^3 = \frac{V_{22}^3}{P_3} = \frac{22.21.20}{3.2.1} = 1540$.

а) Търсената вероятност намираме по следният начин:

- Две певици могат да бъдат избрани по $C_{12}^2 = \frac{V_{12}^2}{P_2} = \frac{12.11}{2.1} = 66$ различни начина;
- Един певец може да бъде избран по $C_{10}^1 = \frac{V_{10}^1}{P_1} = \frac{10}{1} = 10$ различни начина;
- От правилото за умножение следва, че броят на благоприятните изходи m (броят на всички групи, в които има точно 2 певици и 1 певец) е $C_{12}^2.C_{10}^1=66.10=660$;
- Вероятността p(A) в състава да има 2 певици и 1 певец е $p(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{12}^2.C_{10}^1}{C_{22}^3} = \frac{660}{1540} = \frac{3}{7}$.

б) Търсената вероятност намираме по следният начин:

- Три певици могат да бъдат избрани по $C_{12}^3 = \frac{V_{12}^3}{P_2} = \frac{12.11.10}{3.2.1} = 220$ различни начина. Това е и броят на благоприятните изходи m;
- Вероятността p(A) в състава да има 3 певици е $p(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{12}^3}{C_{22}^3} = \frac{220}{1540} = \frac{1}{7}$.

Зад. 17: В един магазин има 10 хладилника, като 20% от тях са със скрит дефект. Каква е вероятността:
а) да се закупят 3 здрави хладилника?
б) всички закупени 3 хладилника да са дефектни?

Решение: Броят на дефектните хладилници е 20% от 10 = 2. Произволният избор на 3 хладилника от 10 е една комбинация на 10 елемента (n = 10) от 3 клас (k=3). Тогава броят на всевъзможните начини (брой на благоприятните случаи), по които могат да се изберат 3 хладилника от 10, е $n = C_{10}^3 = \frac{V_{10}^3}{P_3} = \frac{10.9.8}{3.2.1} = 120$.

а) Щом 2 хладилника от 10 са дефектни, то 8 са здрави.

- Избирането на 3 здрави хладилника (това е броят на благоприятните случай m) е равен на броя на комбинациите на 8 елемента (n = 8) от 3 клас (k = 3), т.е. $m = C_8^3 = \frac{V_8^3}{P_3} = \frac{8.7.6}{3.2.1} = 56$;
- Вероятността p(A) да купим 3 здрави хладилника е $p(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$.

б) Щом дефектните хладилници са само 2 от всички 10, то закупуването на 3 дефектни хладилника е невъзможно събитие, т.е. вероятността е 0.

III. Статистика

1. Средна стойност

(10) $\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$, където $x_1, x_2, \ldots, x_n$ са стойностите на данните, n – броят им, $\overline{X}$ – средната стойност.

Например: Средната стойност на множеството от данни 3, 5, 1, 5 е $\overline{X} = \frac{3+5+1+5}{4} = \frac{14}{4} = 3,5$

2. Медиана

- **Статистически ред** – Данните са подредени по големина, като най-често се започва от най-малката, т.е. при статистическият ред данните се подреждат по възходящ ред.
- **Определение** – Стойността, която се намира в средата на статистическия ред.
  - Нечетен брой данни – когато броят на данните е нечетен, то медианата е равна на числото намиращо се в средата на редицата;

Например: Медианата на множеството от данни 2, 2, 4, 7, 7 е числото 4, защото: (1): Данните са подредени по възходящ ред; (2) Броят на членовете е нечетен; (3): Числото 4 е централен член (преди него и след него има еднакъв брой членове).

  - Четен брой данни – когато броят на данните е четен, то медианата е равна на средноаритметичното на двата централни члена в редицата.

Например: Медианата на множеството от данни 2, 2, 2, 4, 7, 7 е числото 3, защото: (1): Данните са подредени по възходящ ред; (2) Броят на членовете е четен; (3): Числото 3 средноаритметично на двата централни члена 2 и 4.

3. Мода

♦ **Определение** – Стойността, която се среща най-често в данните.

Например: 1. В редицата 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7 най-често срещаната стойност е 5, затова модата е равна на 5.
2. В редицата 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 9 най-често се срещат числата 5 и 6, и то с еднаква честота. Тогава модата е средноаритметично на 5 и 6, т.е. модата е равна на 5,5.
3. В редицата 4, 4, 5, 5, 6, 6 всички числа се срещат еднакво често, тогава модата не е определена.

Бележки:

1. Средната стойност на множество от данни ни дава възможност да преценим какво е относителното положение на даден резултат в това множество. В някои случаи обаче (например, когато голяма част от числата участващи в множеството, се колебаят около 2, а най-голямото число е 10 000) средната стойност не дава достатъчно добра информация за характера на данните или дори може да бъде и подвеждаща. В подобни случаи е удобно да се използва медианата, като числена характеристика на данните.
2. В някои случаи и медианата не е най-добрата характеристика.
Например: В един магазин продават 21 стоки, като 10 стоки по 15 лв., 4 – по 25 лв., 3 – по 30 лв., 2 – по 60 лв., 1 – по 125 лв. и 1 – по 150 лв. Тогава от формула (10) определяме, че средната стойност на цената на стоката е 35 лв., но както виждаме, 17 от 21 стоки имат по-ниска цена. Затова по-обрата характеристика на това множество е медианата, която в този случай е 25 лв. Но почти половината от стоките (10) са с по-ниска цена. В конкретната задача е удобно да се използва модата като характеристика на разпределението (която е 15 лв.), защото тя дава най-точна представа за цената на една стока.

Задачи за упражнение:

1. Намерете колко четирицифрени числа могат да се образуват от цифрите 2,6,8 и 9 като в числата няма повтарящи се цифри. Отг.: 24
2. От три учебника по география, пет учебника по математика и два учебника по физика трябва да се избере по един екземпляр от всеки ученик. По колко различни начина може да стане това? Отг.: 30
3. В едно спортно състезание участват 16 спортисти. Намерете по колко различни начина могат да бъдат разпределени първата и втората награда, ако всеки спортист може да получи само една награда. (ПУ, 1995) Отг.: 240
4. За да се отиде от селището A в селището C трябва да се мине през селището B. От A до B има един черен път, две различни шосета и една железопътна линия. От B до C има два различни черни пътища, три различни шосета и две различни железопътни линии. Намерете по колко различни маршрута може да се стигне от селището A до селището C. (ПУ, 1996) Отг.: 28
5. От хижа A до хижа Б водят 3 пътеки, а от хижа Б до хижа C водят 4 пътеки. Намерете броя на различните маршрути по пътеките от хижа A до хижа C, като се мине през хижа Б. Отг.: 12
6. Дадени са четири точки, никои три от тях не лежат на една права. Намерете броя на правите, които са определени от тези точки. Отг.: 6
7. Да се намери колко окръжности са определени от 7 точки, ако никои 3 от тях не лежат на една права и никои 4 не лежат на една окръжност. (Зрелостен изпит, 1995 г.)
8. Във военно поделение има 4 офицера и 12 войника. Намерете по колко различни начина може да се избере патрулна двойка от един офицер и един войник. Отг.: 48
9. Да се намери броят на различните начина, по които могат да се подредят на рафт 5 книги. Отг.: 120
10. Да се намери броят на различните начини, по които могат да седнат 7 ученика около кръгла маса. Отг.: 720
11. Да се намери по колко различни начина могат да се наредят 6 ученика в:
а) редица б) кръг.
12. Намерете по колко различни начина могат да седнат на една пейка 5 човека, ако двама от тях не искат да се разделят и трябва да са един до друг. Отг.: 48
13. Да се намерят колко четирицифрени числа могат да се напишат с цифрите:
а) 1, 3, 5, 7, 9. б) 2, 4, 6, 0, 8.
14. Да се намери броят на трицифрените числа, които могат да се запишат с цифрите 1, 2, 5, 6, 7, 8 така, че да не се повтаря нито една от тях.

(Зрелостен изпит, 1995 г.)

15. По колко различни начина могат да се зачеркнат четири числа измежду числата 3, 4, 5, 6, 7, 8. Отг.: 10

16. Да се намери по колко различни начина могат да се изберат три от осем химикалки. Отг.: 56

17. Дадени са пет различни по цвят ленти от плат. Да се намери колко различни трицветни знамена могат да се ушият от тях. Отг.: 10

18. Да се намери по колко различни начина може да се изберат трима човека от група от 24 човека. Отг.: 2024

19. Комисия която се състои от 20 души трябва да избере председател и главен секретар. Намерете по колко различни начина може да стане това.

20. Събрание от 25 човека трябва да избере председател, заместник-председател и секретар, като всеки член може да заема само една длъжност. Да се намери броят на различните начини, по които може да стане този избор. Отг.: 13 800

21. Намерете по колко различни начина събрание от 60 човека може да избере председател, главен секретар и трима секретари.

22. Патрулна двойка се състои от един сержант и един войник. Намерете по колко различни начина може да се избере патрулната двойка от 4 сержанта и 9 войника.

23. Намерете по колко различни начина може да се сформира състав от трима певци и седем певици, ако на прослушване са се явили 10 певци и 20 певици.

24. Намерете по колко различни начина могат да се разпределят 12 различни предмета между трима човека, така че всеки от тях да получи по 4 предмета.

25. От 10 карамфила и 8 рози е направен букет от 2 карамфила и 3 рози. Намерете броя на различните букети. Отг.: 2520

26. Дадени са 5 плика без марки и 4 еднакви марки. По колко различни начина може да се изберат един плик и една марка за изпращане на писмо? Отг.: 20

27. В кутия има 10 молива, от които 4 са с твърдост "Н", а останалите са с твърдост "В". Да се намери броя на различните начини, по които може да извадим от кутията три молива, два от които са с твърдост "Н". Отг.: 70

28. Да се намери броят на различните букети, които да се направят от 10 бели и 9 червени рози така, че всеки букет да е от 5 рози, от които точно две да са бели. Отг.: 3780

29. В магазин има 12 еднакви чаши, от които 8 са порцеланови, а останалите са стъклени.Да се намери броят на различните начини, по които наведнъж могат да се купят 5 чаши, от които 3 да са порцеланови. Отг.: 336

30. В една ваза има 9 червени и 5 бели карамфила. По колко различни начина от тях може да се направи букет от 4 карамфила с еднакъв цвят? Отг.: 131

31. В един шкаф има 6 чаши. По колко различни начина 4 човека могат да вземат по една чаша от този шкаф? Отг.: 360

32. Намерете по колко различни начина може да се сформира група от 3 момчета и 3 момичета, ако имаме общо 6 момчета и 4 момичета. Отг.: 80

33. От думата "МАТЕМАТИКА" се избира случайно една буква. Намерете вероятността тази буква да бъде:

а) буквата "А"; б) буквата "Т"; в) съгласна буква.

34. От числата 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 по случаен начин се избира едно число. Да се намери вероятността избраното число

а) да бъде нечетно; б) Да се дели на 3; в) да бъде четно и да се дели на 3.

35. При набиране на шестцифрен телефонен номер абонат забравил последната цифра и я набрал наслука. Намерете вероятността абоната да е набрал верният номер. Отг.: 0, 1

36. При набиране на шест цифрен телефонен номер абонат забравил последните две цифри, като помнел само, че те са различни. Намерете каква е вероятността абоната да е набрал правилния номер. Отг.: $\frac{1}{90}$

37. От цифрите 3, 4 и 5 са написани без повтаряне върху еднакви кубчета всички възможни трицифрени числа. По случаен начин се избира едно кубче. Да се намери вероятността върху това кубче да е написано числото 345 или 435. Отг.: $\frac{1}{3}$

38. От буквите М, О, С са написани без повторение върху еднакви квадратчета всички възможни трибуквени думи. По случаен начин се избира едно квадратче. Да се намери вероятността на това квадратче да е написано думата МОС или СОМ. Отг.: $\frac{1}{3}$

39. Три върха на шестоъгълна призма са сини, а останалите – бели. Да се намери вероятността случайно избран връх на призмата да е син. Отг.: $\frac{1}{4}$

40. Три от стените на петоъгълна призма са зелени, а останалите – бели. Да се намери вероятността случайно избрана стена на призмата да е бяла. Отг.: $\frac{4}{7}$

41. В кутия има 6 бели, 4 червени и 2 зелени топки. По случаен начин се изваждат три от тях. Да се намери вероятността и трите топки да са с еднакъв цвят. Отг.: $\frac{6}{55}$

42. Човек забравил последните 3 цифри от шестцифрен телефонен номер, но помни, че те са различни и ги набира по случаен начин. Да се намери вероятността желаният номер да е избран правилно. Отг.: $\frac{1}{720}$

43. На лавицата на библиотека са подредени 10 тома от даден автор. Да се намери броят на различните начини, по които те могат да се подредят така, че томовеI, II и III да не стоят един до друг. Отг.: $P_{10} - P_8.P_3$.

44. Влак се състои от 8 вагона и един вагон-ресторант. Да се намери вероятността вагон № 4 и вагон-ресторанта да са един до друг, независимо от наредбата на тези два вагона. Отг.: $\frac{1}{9}$

45. Върху всяко от 7 еднакви квадратчета е написана точно по една буква от думата "ДИСКЕТА". Три от картончетата, върху които са написани съгласни букви, са загубени. От останалите картончета по случаен начин е изтеглено едно картонче. Да се намери вероятността на това картонче да е написана съгласна буква. Отг.: $\frac{1}{4}$

46. Да се намери средната стойност на статистическият ред 10, 11, 12, 12, 13, 13, 13. Отг.: 12

47. Да се намери числото a, за което медианата на реда 5, a, 7, 10, 3, 12 е равна на $\frac{15}{2}$. Отг.: a = 8.

48. Да се намери модата на статистическият ред 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8. Отг.: 5

49. Да се намери модата на статистическия ред 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 10. Отг.: 5,5

50. Да се намери модата на статистическият ред 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5. Отг.: 4,5