

**Тема № 1**

Зад.1: а) Да се реши уравнението:  $(2x-1)^2 - x(1-2x)(2x+1) - 9 = 4(x+1)x^2 - 3$

б) Влак изминава разстоянието между гарите А и В със средна скорост 45 km/h.

Един ден, след като изминал 40 % от пътя между двете гари, влакът направил непредвиден престой от 12 минути. Останалата част от пътя влакът изминал със средна скорост 60 km/h и пристигнал в гара В, 5 минути по-рано от определеното време. Да се намери разстоянието между двете гари.

Зад.2: Диагоналите на ромба ABCD се пресичат в точка О.

а) Ако  $\angle BAO : \angle ABO = 1:5$  и  $AB = 8$  cm, да се намери разстоянието от О до АВ;

б) Ако точка М е от правата AD така, че А е между М и D, да се докаже, че

$$P_{\Delta MBA} < P_{\Delta MBO}.$$

**Тема № 2**

Зад.1: а) Да се реши неравенството  $\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 - \frac{1}{2}\left(2-\frac{5x-3}{3}\right) \leq \frac{x^2+1}{4}$  и да се намери най-

малкото цяло число което е решение на неравенството.

б) В един комбинат работят определен брой работници. За една седмица всеки работник от първата фирма изработва 5 тона продукция, а всеки работник от втората фирма – 2 тона. В първата фирма има 4 работници по-малко от втората. Да се намерят броя на работниците във фирмите, ако за една седмица произведената продукция от втората фирма е  $\frac{1}{k}$  (където k – цяло положително число) част от продукцията произведена от първата фирма.

Зад.2: а) Даден е  $\Delta ABC$ , в който симетралата на АВ пресича страната АС в точка М. Ако точките Р и Q са среди съответно на АМ и ВС, и  $2PQ = BC$ , да се намери  $\angle BAC$ ;

б) Даден е правоъгълника ABCD, диагоналите на който се пресичат в точка О. Точките М и Р са съответно от отсечките АВ и ОВ такива, че  $OM = OP$ . Ако  $\angle BMP = 25^\circ$  да се намери  $\angle AOM$ .

**Тема № 3**

Зад.1: а) Да се реши неравенството  $\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{2-3x}{4}\right) \leq 1,25x - \frac{x-5}{12}$  и да се провери решение ли е на неравенството числото  $n = -2^4 \left| \frac{5}{6} - \frac{7}{8} \right|$ .

б) Строителна фирма употребила през първия месец за строежа на определен обект  $\frac{2}{7}$  от предвидения за построяването на обекта цимент, а през втория месец – 20% от

останалия цимент. За третия месец останало да се изразходват 20 тона повече цимент, отколкото са употребили през първите два месеца. Да се намери колко тона цимент е употребила фирмата за построяването на обекта.

Зад.2: Диагоналите на правоъгълник ABCD се пресичат в точка О и  $OA = BC$ .

а) Да се намери обиколката на  $\Delta BOC$ , ако  $BD = 4\frac{1}{3}$  cm;

б) През точка О е построена права q, която пресича страните АВ и CD съответно в точките М и N. Ако  $AM = a$  cm и  $BM = 2a$  cm, да се докаже, че четириъгълникът MBND е ромб.

**Тема № 4**

Зад.1: а) Пощальон занесъл телеграма на 2 000 метра и се върнал в пощата след 45 минути. С каква скорост се е движел той, ако за предаване на телеграмата са му нужни 5 минути?

б) Да се реши уравнението  $a(2x-1) = 1-a$ , където a е параметър и да се намери за кои стойности на a то е равносилно (еквивалентно) на уравнението  $\frac{2^6 \cdot 9^2}{6^4} x - 4 \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right| x = 9$

Зад.2: а) Върху страната BC на успоредника ABCD е взета точка М, така че  $BM = CD$ . Ако DM е ъглополовяща на  $\angle ADC$ ,  $\angle ABC = 150^\circ$  и  $AB = 6$  cm:

➤ Да се намери обиколката на успоредника ABCD;

➤ Да се определи видът на  $\Delta AMD$  и да се определи лицето му.

б) Даден е  $\Delta ABC$ , в който ъглополовящата AL ( $L \in BC$ ) пресича височината CD ( $D \in AB$ ) в точка М. Ако  $AL = CD$  и правата през т.М, е успоредна на АВ и пресича страната АС в точка Р така, че  $PC = 2AP$ , да се докаже, че  $\Delta ABC$  е равнобедрен.

**Тема № 5**

Зад.1: а) Да се реши неравенството  $x - \frac{1}{3}\left(\frac{3-2x}{4} - 1\right) \leq \frac{x}{2} - \frac{1-5x}{4}$  и да се провери решение ли е числото

$$a = \frac{(2^2)^3 \cdot 6^4}{(-3)^3 \cdot 4^5};$$

б) Две еднакви цистерни се пълнят през две различни тръби. Първата цистерна може да се напълни за 18 часа, а втората – за 12 часа. Първата цистерна започва да се пълни в 8 часа сутринта, а втората – в 9 часа и 15 минути. Да се намери в колко часа м двете цистерни ще има равно количество вода.

Зад.2: а) Даден е остроъгълнен  $\Delta ABC$ , в който височината CD ( $D \in AB$ ) е равна на ъглополовящата AL ( $L \in BC$ ) и  $AC = 2AD$ . Да се докаже, че  $\Delta ABC$  е равнобедрен;

б) Даден е успоредникът ABCD, в който  $\sphericalangle BAD < 90^\circ$  и DM е височина ( $M \in AB$ ). Ако  $\sphericalangle BDC = 45^\circ$  и точка P е от страната AD така, че  $\sphericalangle APM = \sphericalangle MPB$ , да се докаже, че BP е перпендикулярна на AD и ако DM пресича BL в точка Q, и  $AD = 8$  cm, да се намери дължината на BQ.

**Тема № 6**

Зад.1: а) Дадени са изразите  $A = x(x^2 - 4)$  и  $B = -15(x+2)$ . Разложете на множители израза  $A + B$  и намерете стойността на  $x$ , за който този израз приема стойност 0;

б) Решете уравнението 
$$\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 - x\left(\frac{1}{4}x - 3\right) = 2.$$

Зад.2: Даден е равнобедрен  $\triangle ABC$  с  $\sphericalangle C = 120^\circ$ . На продължението на медианата CM ( $M \in AB$ ) е взета точка P така, че  $CP = 4$  CM. Докажете, че  $\triangle PAC$  е правоъгълен и  $P_{\triangle ACP} > P_{\triangle ACP}$ .

**Тема № 7**

Зад.1: а) Решете неравенството  $\frac{x-3}{4} - 2\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1-x}{3}\right) \geq 1 - \frac{1}{3}\left(\frac{7}{4}x - 2\right)$  и проверете кои негови решения са решения и на неравенството  $1 - \left|x - \frac{1}{2}\right| < 4$ ;

б) От две гари A и B в 14 часа тръгват един срещу друг два влака. Влакът от гара A изминал разстоянието от A до B за 2 часа и 20 минути, а влакът от гара B изминал разстоянието от B до A за 3 часа и 30 минути. Намерете в колко часа двата влака са се срещнали?

Зад.2: В остроъгълен  $\triangle ABC$ , CD е височина и  $\sphericalangle A = 45^\circ$

а) Ако височината на  $\triangle ADC$ , спусната от върха D към страната AC, е равна на 7 cm, намерете дължината на страната AC;

б) Ако точка M е от страната BC и е такава, че MD е ъглополовяща на  $\sphericalangle AMB$ , докажете, че AM е перпендикулярна на BC.

**Тема № 8**

Зад.1: а) За кои стойности на параметъра m, уравненията  $\frac{x+m}{2} = 1+m$  и  $\frac{x-m}{3} = 1-2m$  са еквивалентни?

б) Намерете най-голямото цяло число, което е решение на неравенството 
$$\frac{1}{3}(x-1)^2 + \frac{(2-x)(x-2)}{2} < 2 - \frac{x^2}{6}.$$

Зад.2: В успоредника ABCD точките M и N са среди съответно на страните AB и CD  
а) Ако  $AD = 8$  cm и AN е ъглополовяща на върха A, намерете  $P_{\triangle ABCD}$  и медианата към страната AB в  $\triangle ABN$ ;

б) Докажете, че правите AN и CM са успоредни и разделят диагонала BD на три равни части.

**Тема № 9**

Зад.1: а) Решете уравнението  $\frac{y}{3} - \frac{y+3}{4} = y - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{3-24y}{8}\right)$  и проверете дали неговите решения са решения и на неравенството  $\frac{(x-3)^2}{4} \geq \left(\frac{-x-1}{2}\right)^2 - 3^2$ ;

б) Разстоянието между две пристанища A и B по море е с 22,5 km по-малко от колкото по автомобилен път по суша. Кораб изминава това разстояние за 3 часа и 20 минути, а автомобил, който се движи по суша в същата посока – за 1 час и 45 минути. Скоростта на автомобила е с 40 km/h по-голяма от тази на кораба. Да се намерят пътищата изминати от кораба и автомобила и скоростите им;

➤ В един магазин продали определен брой чанти за три дни. През първия ден продали 30% от чантите, през втория ден – с 10% повече от продадените през първия ден, а през третия ден – с 8 чанти повече от продадените през втория ден. Да се намери общо колко чанти са продадени; Ако продадените чанти са от три модела, като съответните им бройки се отнасят, както 1:2:5, да се намери колко чанти от всеки модел са продадени.

Зад.2: а) Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $AC = BC$  и  $\sphericalangle C = 80^\circ$ . Точка M е вътрешна за триъгълника и такава, че  $\sphericalangle MAB = 10^\circ$  и  $\sphericalangle ABM = 30^\circ$ . Ако CH ( $H \in AB$ ) е височина в  $\triangle ABC$ , да се намери  $\sphericalangle AMC$ ;

б) Страната AB на успоредника ABCD е два пъти по-голяма от страната BC. Точките M и N са среди съответно на AB и CD. Върху страната BC е взета точка P така, че  $\sphericalangle BPN = 2\sphericalangle BPM$ . Докажете, че DP е перпендикулярна на BC.

**Тема № 10**

Зад.1: а) Решете уравнението  $\frac{x}{5} - \frac{(2x-3)^2}{3} = \frac{1}{5}\left(5 - \frac{20x^2 - 43x}{3}\right)$  и неравенството

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{2-3x}{4}\right) \geq 1,25x - \frac{x-5}{12}$$

и проверете решение ли е на неравенството числото 
$$n = -2^4 \left| \frac{5}{4} - \frac{7}{8} \right|;$$

б) Два еднакви басейна се пълнят с вода от две тръби. Първата тръба може да напълни своя басейн за 20 часа, а втората – за 5 часа. Първият басейн започва да се пълни

в 10 часа, а вторият – 45 минути след първия. Да се намери: в колко часа двата басейна е имало еднакво количество вода и след колко време, считано от 10 часа водата във втория басейн е била  $k$  пъти повече от водата в първия, където  $k$  е цяло положително число;

➤ Един влак трябвало да измине разстоянието между две гари А и В по разписание за определено време. Ако влакът тръгне от гара А и се движи със скорост 75 km/h ще пристигне в гара В 48 min по-рано, а ако се движи с 50 km/h, за определеното време ще стигне на 40 km преди гара В. Да се намери: разстоянието между двете гари; времето по разписание, за което влакът трябва да измине това разстояние и скоростта, с която трябва да се движи влакът, за да спази разписанието.

Зад.2: Даден е  $\triangle ABC$ , в който ъглополовящата  $AL$  ( $L \in BC$ ) пресича височината  $CD$  ( $D \in AB$ ) в точка  $M$

а) Ако  $CM = CL$  и  $\sphericalangle B = 50^\circ$ , да се намери  $\sphericalangle AD$ ;

б) Ако  $AL = CD$  и правата успоредна на  $AB$  и минаваща през точка  $M$ , пресича  $AC$  в точка  $P$  така, че  $PC = 2AP$ , да се докаже, че  $\triangle ABC$  е равностранен.

### Тема № 11

Зад.1: а) Решете уравненията:  $ax - a^2 = 2x - 4$  и  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 - x\left(\frac{1}{4}x - 3\right) = 2$  и неравенс-

твото  $\frac{0,2x}{0,1} - \frac{0,1x - 0,03}{0,03} - \frac{0,4x - 0,5}{-0,4} > 1$ ;

б) Строителна фирма употребила през първия месец за строежа на даден обект  $\frac{2}{7}$  от предвидения за построяване на обекта цимент, а през втория месец – 20% от останалия цимент. За третия месец останало да се изразходва 20 тона повече цимент отколкото са употребили през първите два месеца. Да се намери колко тона цимент е употребила фирмата за построяването на обекта и колко трябва да се изразходва допълнително през третия месец така, че количествата през първия, втория и третия месец да се отнасят тъй както 2:1:5?

➤ В един пълен до горе резервоар за вода, има две електрически помпи. едната помпа може да го изпразни сама за 6 часа, а другата за същото време би изпразнила 75% от него. В 8 часа пуснали първата помпа, а след 20 минути и втората. В колко часа ще се изпразни  $\frac{1}{4}$  от резервоара, ако от  $8^{30}$  до  $8^{50}$  е спирал тока?

Зад.2: а) Даден е  $\triangle ABC$ , за който  $AM$  ( $M \in BC$ ) е ъглополовяща на  $\sphericalangle BAC$ .

➤ Ако  $\sphericalangle ACB > 90^\circ$  и върху най-голямата страна на  $\triangle ABC$  е взета точка  $P$  така, че  $\sphericalangle PMB = \sphericalangle BAC$ , да се докаже, че  $MP = MC$ ;

➤ Нека  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ,  $AM = 7$  cm и  $AM$  пресича  $BC$  под ъгъл равен на един от ъглите на  $\triangle ABC$ . Да се намерят ъглите на  $\triangle ABC$  и височината му през върха  $C$ .

б) В квадрата  $ABCD$  точките  $N$  и  $M$  са среди съответно на страните  $BC$  и  $CD$ . Докажете, че  $AN$  е перпендикулярна на  $DM$  и  $\sphericalangle NAC = \sphericalangle BDM$ .

### Тема № 12

Зад.1: а) Дадено е уравнението  $x - \left(\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2}\right) = a - \frac{3-2x}{3}$ , където  $a$  е параметър, а  $x$  е

неизвестно. Да се намери, за кои стойности на параметъра числото  $\frac{1}{3}$  е корен на  $y$ -то;

б) Решете уравнението  $(x-1)^3 - x(x-1)(x-3) = (-x-1)^2$  и неравенството  $y - \frac{2}{7}\left(4y - \frac{2-y}{4}\right) < 1$  и да се намерят стойностите на параметъра  $k$ , за които корените на уравнението  $|1-y| = k$  са решения на неравенството?

Зад.2: а) Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$ , за който височините  $AM$  ( $M \in BC$ ) и  $CD$  ( $D \in AB$ ) се пресичат в точка  $H$ . Ако  $\sphericalangle AHC = 100^\circ$  и  $\sphericalangle BAC : \sphericalangle ACB = 2 : 3$ , да се намерят ъглите на  $\triangle ABC$  и да се докаже, че  $P_{\triangle AMC} > P_{\triangle BMC}$ ;

б) Даден е правоъгълник  $ABCD$ , в който  $AB > AD$ . На страните  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  са взети точките  $M$ ,  $P$  и  $N$  такива, че  $MB = CP = ND$ . Ако  $BC = AM$ , да се намери  $\sphericalangle PAN$  и да се докаже, че  $CM$  е перпендикулярна на  $NP$  и  $\sphericalangle NMC > 45^\circ$ .

### Тема № 13

Зад.1: а) Решете:  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(3x - 1\frac{1}{2}\right) - \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3} + x\right) = 1 - 2x$ ,  $\left|\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 - \left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) - 3\right| - 9 = -4$  и  $(x-1)^2 - 3 + (2x+3)(2x+1) > 4x(x+2)$ . Намерете за кои стойности на параметъра  $a$  (а е естествено число) решенията на уравнението  $2ax - 3(x-1) = 5 + ax$  са решения и на неравенството  $x - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{5-2x}{-4}\right) \leq \frac{x}{3} + \frac{2x-3}{4}$ ;

б) Разстоянието между две гари А и В е 148 km. От гара А за гара В тръгва влак, който се движи със скорост 80 km/h, а едновременно с него от гара В за гара А тръгва втори влак със скорост 36 km/h. Известно е, че до срещата на двата влака в гара С първият влак е правил престой от 10 минути, а вторият влак – 5 минути. Да се намери разстоянието между гарите С и В. Да се намери и в колко часа е тръгнал вторият влак от гара В, ако срещата с първия влак в гара С е станала в 12 часа по обяд.

➤ Четири трактористи изорали един блок. Първият изорал  $\frac{1}{4}$  от блока и още

10 декара, вторият – с 5 декара повече от първият, третият – 0,4 от останалия блок, а чет-

въртият – останалите 45 декара. Колко декара е целия блок; Колко декара е изорал всеки от първите трима трактористи и каква част от работата е свършил.

Зад.2: а) Даден е успоредникът ABCD за който  $AB = 2AD$  и точка М – среда на АВ.

➤ Да се намери дължината на отсечката MD и ъглите на  $\triangle ABD$ , ако  $AB = 10$  cm и  $\sphericalangle ABC = 120^\circ$ ;

➤ Нека точка Р е среда на CD, а отсечките PA и PB пресичат MD и MC съответно в точките Q и T. Да се докаже, че  $MP = QT$ ;

➤ Нека точка Е е вътрешна за страната BC и DE е перпендикулярна на BC. Да се докаже, че  $DM = ME$ .

б) Върху страната АВ на  $\triangle ABC$  е взета точка М такава, че  $BM = 2AM$  и  $\sphericalangle AMC = 120^\circ$ . Симетралата на страната BC пресича CM в точка Р така, че  $BM = 2PM$ .

➤ Да се намерят:  $\sphericalangle ABP$  и  $\sphericalangle ACB$ ;

➤ Перпендикулярът, издигнат от В към СВ, пресича правата CM в точка К. Ако СВ е 2 cm, да се намери лицето на АКВС.

#### Тема №14

Зад.1: а) Да се намери неизвестното:  $\left(\frac{1}{3} - 2x\right)^2 - \left(2x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3} + 2x\right) = 0,5 - 1\frac{2}{9}x$ ;  $2ax - a$

$= 3 + x$ , където а е параметър и да се провери имали параметричното уравнение решение

при  $a = \frac{2 \cdot 3^2}{6^2} - \frac{1}{2}$ ;  $|10 - 5x| = 2|2 - x| + 1$ ; и  $\frac{(0,5x - 1)(1 + 0,5x)}{0,5^2} - \frac{x - 0,5}{0,5} \geq x^2$ ;

б) Тракторист трябвало да изоре една нива за определен срок. За да спази срока трябвало да изорава по 20 декара на ден. Още първия ден той успял да изоре 25% повече от предвидената норма, продължил да работи така и 4 дена преди определения срок вече бил изорал  $\frac{5}{6}$  от цялата площ. Намерете колко декара по ангажимент е трябвало да изоре тракториста и за колко дена изорал  $\frac{5}{6}$  от цялата площ.

– Турист който пътувал от едно село към ж.п. гара изминал през първия час 3 km. Ако останалия път би изминал със същата скорост, би закъснял с 40 min. Затова следващите часове, той се движил с  $33\frac{1}{3}\%$  по-бързо отколкото през първия час. По такъв начин пристигнал на гарата 45 min преди тръгването на влака. Какво е разстоянието между селото и ж.п. гарата и за колко време туристът е изминал това разстояние?

Зад.2: а) Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $AB = 2AC$  и  $\sphericalangle A = 60^\circ$ . Построени са височината CP ( $P \in AB$ ) и ъглополовящата AM ( $M \in BC$ ). Ако  $BM = 9$  cm, да се докаже, че  $\sphericalangle ACP = \sphericalangle ABC$  и да се намери дължината на отсечката CP;

б) Диагоналите на ромб ABCD се пресичат в т. О. Да се намери разстоянието от т. О до правата АВ, ако  $\sphericalangle BAO : \sphericalangle ABO = 1 : 5$  и  $AB = 8$  cm; Ако т. М е от правата AD така, че А е между М и D, да се докаже, че  $P_{\triangle MBA} < P_{\triangle MBO}$ .

#### Тема № 15

Зад.1: а) Даден е изразът  $A = x^2 - 9 + 4y^2 - 4xy$ . Да се разложи А на множители и да се пресметне стойността на |А|, ако  $x = y = 6\left(\frac{1}{18^2} : \frac{1}{18} - \frac{8^4 \cdot 3^8}{36^5}\right)$ ;

б) Дадено е уравнението  $a^2x = 2 + 4x - a$ , където а е параметър. Да се реши уравнението и да се намери за кои стойности на параметъра а даденото уравнение има цели корени?; Да се намерят всички стойности на параметъра а, при които числото 1 е корен на уравнението.

– За да ушие една поръчка от чанти в определен срок, шивашка бригада трябва да ушива по 45 чанти дневно. След 2 дни работа бригадата увеличила дневната си производителност с 5 чанти, поради което за определения срок ушила 100 чанти над плана. Да се намери колко чанти е трябвало да произведе бригадата по план.

Зад.2: а) Диагоналите на ромб ABCD се пресичат в т. О, като  $AB = 2OB$ . Намерете ъглите на ромба, ако т. М и т. N са съответно от АВ и ВС така, че  $MB = NC$  и да се докаже, че  $\triangle MND$  е равностранен.

б) В  $\triangle ABC$  ъглите при върховете А и В са остри. Ъглополовящата BT ( $T \in AC$ ) и височината CH ( $H \in AB$ ) се пресичат в т. О, така че  $CO = CT$ : Да се докаже, че  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ; Ако CE ( $E \in AH$ ) е ъглополовяща на  $\sphericalangle ACH$ , да се докаже, че  $BC = BE$ ; Ако  $\sphericalangle ABC = 2\sphericalangle CAB$  и  $CH = 12$  cm, да се намери периметърът на  $\triangle COT$ .

#### Тема № 16

Зад. 1: а) Даден е изразът:  $A = \left(\frac{2x-1}{2}\right)^2 - \left(3x-1\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} - \left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$ . Да се реши:

Уравнението  $A = -2x + 1$ ; Неравенството  $A < 5 - 2x$ ; Уравнението  $A - 1 = 1 - a$ , където а е параметър.

б) Разстоянието между два града А и В е 529,5 km. В 15 часа и 48 минути от А към В тръгва пътнически влак, а в същия ден в 16 часа и 18 минути от В към А тръгва бърз влак, който среща пътническия влак в 20 часа. Да се намерят скоростите на двата влака, ако те се отнасят както 4 : 5. На какво разстояние от А е станала срещата.

– Двама работника трябвало да свършат определена работа. Първият работник може да свърши сам работата за 12 дни. Времето за което вторият работник може да свърши сам работата, е с 25% повече от това на първия: Ако първия работник е работил сам 3 дни, а след това се включил втория работник, да се намери още колко дни трябва да

работят двамата заедно за да свършат цялата работа; Ако първия е работил сам 3 дни, а след това се е присъединил и втория, колко дни е работил първия работник за да свършат 70% от работата и каква част от работата е свършил всеки от тях.

Зад.2: а) През върха С на  $\triangle ABC$  ( $AC > BC$ ) са построени вътрешната ъглополовяща  $CM$  ( $M \in AB$ ) и външната ъглополовяща  $CP$  ( $P \in AB$ ):

– От т. В са построени перпендикулярите  $BQ$  ( $Q \in CP$ ) и  $BT$  ( $T \in CM$ ) съответно към правите  $CP$  и  $CM$ . Да се докаже, че  $TQ = BC$  и правата  $TQ \parallel AC$ ;

– Върху продължението на най-голямата страна  $AC$  в  $\triangle ABC$  е нанесена отсечката  $CE = CB$  така, че т. С е между точките А и Е. Да се докаже, че  $\sphericalangle ABE$  е тъл.

б) В успоредника  $ABCD$  ъглополовящата на  $\sphericalangle BAD$  пресича средата на страната  $CD$  в точка М. Правата  $BM$  пресича страната  $AD$  в точка N: Ако  $AD = a$  cm, да се намери периметъра на успоредника и да се докаже, че  $AM$  е симетрала на  $BN$ .

### Тема № 17

Зад.1: а) Да се намери неизвестното от:  $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2x = 5,25 - (1 - 2x)(2x + 1)$ ;  $(2x - 1)^3 -$

$(2x + 1)^3 + 24x^2 + 2 = 0$ ;  $3(x - 1)^2 - ax = 3x^2 + a$ , където а е параметър;  $|ax + 2x + 1| = 3$ , където а е параметър;  $x - \frac{1}{3}\left(\frac{3-2x}{4} - 1\right) \leq \frac{x}{2} - \frac{1-5x}{4}$  и да се провери решение ли е на това неравен-

ство числото  $a = \frac{(2^3)^3 \cdot 6^4}{(-3)^3 \cdot 4^5}$ .

б) Две еднакви цистерни се пълнят с вода от две тръби. Първата цистерна може да се напълни за 18 часа, а втората – за 12 часа. Първата цистерна започва да се пълни в 8 часа сутринта, а втората – в 9 часа и 15 минути. Да се намери: В колко часа в двете цистерни ще има еднакво количество вода; Най-много до колко часа трябва да работят двете тръби, така че количеството вода в двете цистерни да не превишава 75% от количеството вода което може да са побере в една от тях.

– В един комбинат работят две фирми с определен брой работници. За една седмица всеки работник от първата фирма изработва 5 t продукция, а всеки работник от втората фирма – 2 t. В първата фирма има 4 работника по-малко от втората. Да се намери броят на работниците в двете фирми, ако за една седмица: първата фирма изработва 10 t продукция по-вече от втората; Ако произведената продукция от втората фирма е  $\frac{1}{k}$  част от произведената продукция от първата фирма (където k е цяло положително число).

Зад.2: а) Даден е остроъгълен триъгълник  $\triangle ABC$ , за който  $AC > BC$ . Симетралата на  $AB$  пресича  $AC$  в точка М:

– Ако  $BM \perp AC$  и  $2MC = BC$ , да се намерят ъглите на триъгълника;

– Ако т.Р и т. Q са среди съответно на  $AM$  и  $BC$  и  $2PQ = BC$ , да се намери  $\sphericalangle BAC$

б) Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$ , в който височината  $CD$  ( $D \in AB$ ) е равна на ъглополовящата  $AL$  ( $L \in BC$ ) и  $AC = 2AD$ . Да се докаже, че:  $\triangle ABC$  е равностранен; Ако т. Р е вътрешна за отсечката  $AB$ , а т. X е вътрешна за отсечката  $CP$ , то да се докаже, че  $CP < BC$  и  $CX < AX + BX$ .

### Тема № 18

Зад.1: а) Намерете неизвестното от:  $\left(1 + \frac{x}{3}\right)^2 - 5x = \frac{2}{3}x + \frac{x^2}{9}$ ;  $x^2 - 6x - 7 = 0$ ;  $m(mx - 1) =$

$3(3x + 1)$ , където m е параметър;  $3|2x + 5| - |2x - 5| = 5$ ;  $\left(2 + \frac{x}{3}\right)^2 - \frac{x-1}{0,2} \leq \frac{x}{3}\left(4 + \frac{x}{3}\right) - 5x + 10$ ;

б) Работниците на една фирма работят на две смени. За една седмица всеки работник от първата смяна изработва 36 бройки готова продукция, а всеки работник от втората смяна – 30 бройки. Въпреки, че първата смяна има двама работника по-малко, тя изработва 24 бройки готова продукция повече. Намерете: Колко са работниците във всяка смяна и колко бройки готова продукция произвеждат седмично двете смени?;

– Топ плат с цена 8, 60 лв. за един метър е продаден за 4 дни. През първия ден продали 15 m, през втория ден –  $22\frac{2}{9}\%$  от останалото количество, през третия ден – с 50% повече от продаденото през втория ден, а за продадения плат през четвъртия ден са получили 103,20 лв.. Колко метра е бил целия плат и по колко метра са продали през втория, третия и четвъртия ден?

Зад.2: а) В остроъгълен  $\triangle ABC$  са построени височините  $AA_1$  и  $BB_1$ , които се пресичат в точка Н. Ако  $B_1H = B_1C$ , да се докаже, че:  $BB_1 = AB_1$  и  $A_1B_1$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle AA_1C$ .

б) Даден е успоредник  $ABCD$ , за който върхът D лежи на симетралата на  $AB$ :

– Ако  $AB = 10$  cm и  $\sphericalangle ADC = 135^\circ$ , намерете лицето на успоредника;

– Ако  $\sphericalangle ABC = 120^\circ$ , намерете ъгъла между диагоналите на успоредника и

$\sphericalangle DAC$ .

### Тема № 19

Зад.1: а) Решете уравнението  $(x - 1)^3 - x(x - 1)(x - 3) = (-x - 1)^2$  и неравенството  $y - \frac{2}{7}\left(4y - \frac{2-y}{4}\right) < 1$  и да се намерят стойностите на параметъра k, за които корените на

уравнението  $|1 - y| = k$  са решения на неравенството?

б) Велосипедист се изкачва по стръмен път със скорост 9 km/h и се спуска обратно със скорост 15 km/h:

– На какво разстояние може да се отдалечи велосипедистът, за да се върне в изходния пункт за 3 часа и 12 минути?

– Най-много на какво разстояние може да се отдалечи велосипедистът, за да се върне на изходният пункт за не повече от 1 час и 36 минути?

Зад.2: а) Даден е  $\triangle ABC$ . Върху страната  $AB$  е взета точка  $M$  така, че  $BM = 2AM$ . Намерете ъглите на  $\triangle ABC$ , ако  $\sphericalangle BMC = 60^\circ$   $\sphericalangle ACM = 15^\circ$ ;

б) Страната  $AB$  на успоредника  $ABCD$  е два пъти по-голяма от страната  $BC$ . Точките  $M$  и  $N$  са среди съответно на  $AB$  и  $CD$ . Върху страната  $BC$  е взета точка  $P$  така, че  $\sphericalangle BPN = 2\sphericalangle BPM$ . Докажете, че  $DP$  е перпендикулярна на  $BC$ .

### Тема № 20

Зад. 1: а) Да се намери неизвестното от:  $(2x - 1)^3 + 1,125 = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^3 - 18x^2 - 5$ ;

$$\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 > \frac{4x+3}{6}.$$

б) Един комбайн ожънал пшеничен блок за три дни. През първия ден ожънал  $\frac{3}{4}$  от блока, а през втория ден – 35% от останалата част. За третия ден останало да бъдат ожънати 36 декара по-малко отколкото е ожънато през първите два дни.  
– Колко декара е площта на блока и по колко декара е ожънал през първите три дни?

– Ако комбайна започне жътва в друг блок с площ 143 декара, колко декара най-малко трябва да ожъне през първите два дни, така че неожънатата част да не е повече от 30% от ожънатата?

Зад. 2: а) Даден е остроъгъл  $\triangle ABC$ , за който  $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ . Отсечките  $AA_1$  и  $BB_1$  са височини в триъгълника (т.  $A_1 \in BC$ , т.  $B_1 \in AC$ ), които се пресичат в т.  $H$ . Точките  $D$ ,  $M$  и  $N$  са среди съответно на отсечките  $AB$ ,  $AH$  и  $BH$ . Да се докаже, че  $\triangle MNH$  е еднакъв на  $\triangle A_1B_1H$  и  $\triangle DA_1B_1$  е равностранен.

б) Даден е успоредник  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) с  $\sphericalangle BCD < 45^\circ$ . Диагоналът  $BD$  е равен на страната  $AD$ . Ъглополовящата на  $\sphericalangle ADB$  пресича правата  $BC$  в точка  $M$ : Да се докаже, че четириъгълникът  $AMBD$  е ромб; Нека  $DF \perp AM$  ( $F \in AM$ ) и  $DF$  пресича  $AB$  в т.  $P$ . Ако  $\sphericalangle ADP = 34^\circ$ , да се намерят ъглите на  $\triangle MBP$ .

### Тема № 21

Зад. 1: а) Да се реши уравнението  $x^2 - \frac{3-x}{4} = 0,25(1+2x)(2x-1) + 0,5x$ ; Неравенството

то  $1 - \frac{2x-1}{2} + \frac{x^2}{3} < \frac{(x+2)^2}{3} + \frac{x}{-2}$  и да се провери кои от решенията на уравнението  $|2-x| = 5$  са решения и на неравенството?

б) За три дни учениците от един клас предали 120 kg вторични суровини. През първия ден били предали с 40% повече от втория, а през третия ден  $\frac{2}{3}$  от продаденото количество през първите два дни. По колко килограма е предал класът през всеки от трите дни? Ако количествата, предадени от момчетата и момичетата за всеки от дните се отнасят съответно както 2 : 1, то по колко килограма вторични суровини са предали момичетата през всеки от дните?

Зад. 2: а) В  $\triangle ABC$  отсечката  $CL$  е вътрешна ъглополовяща ( $L \in AB$ ), а  $AC$  е най-голямата му страна. Отсечката  $BN$  ( $N \in AC$ ) е перпендикулярна на  $CL$  и отсечката  $BM$  ( $M \in AC$ ) е успоредна на  $CL$ . Ако  $MN = 12$  cm, да се намери  $BC$  и да се докаже, че  $LA > LB$

б) Даден е правоъгълникът  $ABCD$  ( $AB > AD$ ). Върху страната  $CD$  е взета точка  $M$  така, че  $AM = AB$ . Върху  $AM$  е взета т.  $N$  така, че  $AN = DM$ . Да се докаже, че  $BN \perp AM$ . Ако  $\sphericalangle MAB = 30^\circ$ , то  $AB = 2AD$ .

### Тема № 22

Зад. 1: а) Да се реши уравнението  $(3x-1)^2 - 5(x+1)(x-1) = (1+2x)^2 - 7x$  и неравенството  $\frac{4x+3}{4} - \frac{1}{3}\left(2 + \frac{2-x}{2}\right) < x - \frac{1}{2}$ ;

б) Един работник може да извърши определена работа за 8 часа, а друг работник – за 5 часа и 20 минути. Отначало първият работник работил сам 3 часа, а след това се включил и вторият. Да се намери в колко часа е била свършена 75% от работата, ако първият работник е започнал работа в 9h 20 min и двамата са направили почивка от 13 h до 13 h 30 min.

Зад. 2: Даден е правоъгълник  $ABCD$ , в който  $AB > AD$ . На страните  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  са взети точките  $M$ ,  $P$  и  $N$  такива, че  $MB = CP = ND$ .

а) Да се докаже, че четириъгълникът  $AMCN$  е успоредник и да се намерят ъглите му, ако  $MC = 2MB$ .

б) Ако  $BC = AM$ , да се намери  $\sphericalangle PAN$  и да се докаже, че  $\sphericalangle NMC > 45^\circ$ .

### Тема № 23

Зад. 1: а) Да се реши неравенството  $(x-2)^2 + x(3-x) + 4x \geq 1$  и да се намерят целите числа от интервала  $(-6; 2]$ , които са решения на неравенството.

б) Да се реши уравнението  $\frac{(1-2x)^2 + 4x^2(2x-3)}{3} = \frac{4a^2+1}{6} - \frac{x}{3}(6,5+a)$ , където  $a$  е

параметър, и да се намерят стойностите на  $a$ , за които корените на уравнението са решения на неравенството  $|x| > \frac{1}{2}$ .

Зад. 2: Даден е остроъгълния  $\triangle ABC$ , в който  $\sphericalangle ACB = 45^\circ$  и  $BP$  ( $P \in AC$ ) е височина

а) Ако  $AB = 2AP$ , да се намерят ъглите на  $\triangle ABC$  и да се сравнят отсечките  $AP$  и  $BL$ , където  $L$  е пресечната точка на ъглополовящата на  $\sphericalangle BAP$  с височината  $BP$ .

б) През върха  $C$  на  $\triangle ABC$  е построена височината  $CD$  ( $D \in AB$ ) която пресича височината  $BP$  в точка  $H$ . Да се докаже, че  $AP = PH$ . Да се намери  $\sphericalangle DCB$ , ако  $BC = 2DP$ .

#### Тема № 24

Зад. 1: а) Да се реши уравнението  $(2x+1)^2 - 2(x-2)^2 - 1 = 2x(x+1)$  и системата

$$\begin{cases} \frac{x-2}{2} - \frac{x-1}{3} < 1 \\ \frac{x-1}{2} + x > 0 \end{cases}$$

б) Параход изминава разстоянието между две пристанища по течението на река за 3h 15 min, а срещу течението и – за 4h 20 min. Да се намери разстоянието между пристанищата, ако скоростта на течението на реката е 3 km/h. За колко секунди параходът е изпреварил танкер, който се е движил по течението на реката със скорост 15 km/h, ако дължината на парахода е 25 m, а на танкера – 50 m?

Зад. 2: Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $\sphericalangle ACB = 60^\circ$  и ъглополовящите  $AL$  ( $L \in BC$ ) и  $BN$  ( $N \in AC$ ) се пресичат в точка  $O$ .

а) Ако  $AL \perp BC$ , да се докаже, че  $\triangle ABC$  е равностранен и да се намери  $AO$ , ако  $OL = 3$  cm=

б) Ако  $AO + ON = AB$ , да се докаже, че  $\triangle ABL$  е равнобедрен и да се намерят  $\sphericalangle BAC$  и  $\sphericalangle ABC$ .

в) Ако  $\triangle ABC$  е остроъгълнен,  $AC > BC$ ,  $\sphericalangle BAC = \alpha$  и  $\sphericalangle ABC = \beta$ , да се докаже, че  $30^\circ < \alpha < 60^\circ$  и  $60^\circ < \beta < 90^\circ$ .