обучение по математика, физика, български и английски език, компютър
адрес: гр.София, ж.к. Надежда, бл. 335 ☎: 897 99 54 (вечер), г-н Станев; e-mail: solema@gbg.bg; Web адрес: www.solemabg.com

---

Тема № 1

Зад.1: а)Да се реши уравнението: $(2x-1)^2 - x(1-2x)(2x+1) - 9 = 4(x+1)x^2 - 3$

б)Влак изминава разстоянието между гарите А и В със средна скорост 45 km/h. Един ден, след като изминал 40 % от пътя между двете гари, влакът направил непредвиден престой от 12 минути. Останалата част от пътя влакът изминал със средна скорост 60 km/h и пристигнал в гара В, 5 минути по-рано от определеното време. Да се намери разстоянието между двете гари.

Зад.2: Диагоналите на ромба ABCD се пресичат в точка О.

а)Ако BAO : ∢ABO = 1:5 и АВ = 8 cm, да се намери разстоянието от О до АВ;

б)Ако точка М е от правата AD така, че А е между М и D , да се докаже, че $P_{\Delta MBA} < P_{\Delta MBO}$.

Тема № 2

Зад.1: а)Да се реши неравенството $\left(\frac{x}{2}-1\right)^2-\frac{1}{2}\left(2-\frac{5x-3}{3}\right)\le\frac{x^2+1}{4}$ и да се намери най-малкото цяло число което е решение на неравенството.

б)В един комбинат работят определен брой работници. За една седмица всеки работник от първата фирма изработва 5 тона продукция, а всеки работник от втората фирма – 2 тона. В първата фирма има 4 работници по-малко от втората. Да се намерят броя на работниците във фирмите, ако за една седмица произведената продукция от втората фирма е $\frac{1}{k}$ (където к – цяло положително число) част от продукцията произведена от първата фирма.

Зад.2: а)Даден е ΔABC, в който симетралата на АВ пресича страната АС в точка М. Ако точките Р и Q са среди съответно на АМ и ВС, и 2PQ = BC, да се намери ∢BAC;

б)Даден е правоъгълника ABCD, диагоналите на който се пресичат в точка О. Точките М и Р са съответно от отсечките АВ и ОВ такива, че ОМ = ОР. Ако ∢BMP = 25^0 да се намери ∢AOM.

Тема № 3

Зад.1: а)Да се реши неравенството $\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\left(1-\frac{2-3x}{4}\right)\le 1{,}25x-\frac{x-5}{12}$ и да се провери решение ли е на неравенството числото $n=-2^4\left|\frac{5}{6}-\frac{7}{8}\right|$.

б)Строителна фирма употребила през първия месец за строежа на определен обект $\frac{2}{7}$ от предвидения за построяването на обекта цимент, а през втория месец – 20% от останалия цимент. За третия месец останало да се изразходват 20 тона повече цимент, отколкото са употребили през първите два месеца. Да се намери колко тона цимент е употребила фирмата за построяването на обекта.

Зад.2: Диагоналите на правоъгълник ABCD се пресичат в точка О и ОА = ВС.

а)Да се намери обиколката на ΔBOC, ако BD = $4\frac{1}{3}$ cm;

б)През точка О е построена права q, която пресича страните АВ и CD съответно в точките М и N. Ако АМ = а cm и ВМ = 2а cm, да се докаже, че четириъгълникът MBND е ромб.

Тема № 4

Зад.1: а) Пощальон занесъл телеграма на 2 000 метра и се върнал в пощата след 45 минути. С каква скорост се е движел той, ако за предаване на телеграмата са му нужни 5 минути?

б) Да се реши уравнението a(2x – 1) = 1 – a, където а е параметър и да се намери за кои стойности на а то е равносилно (еквивалентно) на уравнението $\frac{2^6.9^2}{6^4}x-4\left|\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right|x=9$

Зад.2: а) Върху страната ВС на успоредника ABCD е взета точка М, така че ВМ = CD. Ако DM е ъглополовяща на ∢ADC, ∢ABC = 150^0 и АВ = 6 cm:

- Да се намери обиколката на успоредника ABCD;
- Да се определи видът на ΔAMD и да се определи лицето му.

б) Даден е ΔABC, в който ъглополовящата AL (L∈BC) пресича височината CD (D∈AB) в точка М. Ако AL = CD и правата през т.М, е успоредна на АВ и пресича страната АС в точка Р така, че PC = 2AP, да се докаже, че ΔABC е равностранен.

Тема № 5

Зад.1: а) Да се реши неравенството $x-\frac{1}{3}\left(\frac{3-2x}{4}-1\right)\le\frac{x}{2}-\frac{1-5x}{4}$ и да се провери решение ли е числото $a=\frac{\left(2^2\right)^3.6^4}{(-3)^3.4^5}$;

б) Две еднакви цистерни се пълнят през две различни тръби. Първата цистерна може да се напълни за 18 часа, а втората – за 12 часа. Първата цистерна започва да се пълни в 8 часа сутринта, а втората – в 9 часа и 15 минути. Да се намери в колко часа м двете цистерни ще има равно количество вода.

Зад.2: а) Даден е остроъгълен ΔABC, в който височината CD (D∈AB) е равна на ъглополовящата AL (L∈BC) и AC = 2AD. Да се докаже, че ΔABC е равностранен;

Учебен център "СОЛЕМА" www.solemabg.com

обучение по математика, физика, български и английски език, компютър
адрес: гр.София, ж.к. Надежда, бл. 335 ☎: 897 99 54 (вечер), г-н Станев; e-mail: solema@gbg.bg; Web адрес: www.solemabg.com

б) Даден е успоредникът ABCD, в който $\sphericalangle BAD<90^0$ и DM е височина ($M\in AB$). Ако $\sphericalangle BDC = 45^0$ и точка P е от страната AD така, че $\sphericalangle APM=\sphericalangle MPB$, да се докаже, че BP е перпендикулярна на AD и ако DM пресича BL в точка Q, и AD=8 cm, да се намери дължината на BQ.

Тема № 6

Зад.1: а) Дадени са изразите $A = x(x^2 - 4)$ и $B = -15(x+2)$. Разложете на множители израза A + B и намерете стойността на x, за който този израз приема стойност 0;

б) Решете уравнението $\left|\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2 - x\left(\frac{1}{4}x-3\right)\right| = 2$.

Зад.2: Даден е равнобедрен ΔABC с $\sphericalangle C=120^0$. На продължението на медианата CM ($M\in AB$) е взета точка P така, че CP = 4 CM. Докажете, че ΔPAC е правоъгълен и $P_{\Delta ACP}>P_{\Delta ACB}$.

Тема № 7

Зад.1: а) Решете неравенството $\frac{x-3}{4} - 2\frac{1}{2}\left(1-\frac{1-x}{3}\right) \geq 1 - \frac{1}{3}\left(\frac{7}{4}x-2\right)$ и проверете кои негови решения са решения и на неравенството $1-\left|x-\frac{1}{2}\right| < -4$;

б) От две гари A и B в 14 часа тръгват един срещу друг два влака. Влакът от гара A изминал разстоянието от A до B за 2 часа и 20 минути, а влакът от гара B изминал разстоянието от B до A за 3 часа и 30 минути. Намерете в колко часа двата влака са се срещнали?

Зад.2: В остроъгълен ΔABC, CD е височина и $\sphericalangle A = 45^0$

а) Ако височината на ΔADC, спусната от върха D към страната AC, е равна на 7 cm, намерете дължината на страната AC;

б) Ако точка M е от страната BC и е такава, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$, докажете, че AM е перпендикулярна на BC.

Тема № 8

Зад.1: а) За кои стойности на параметъра m, уравненията $\frac{x+m}{2} = 1+m$ и $\frac{x-m}{3} = 1-2m$ са еквивалентни?

б) Намерете най-голямото цяло число, което е решение на неравенството $\frac{1}{3}(x-1)^2 + \frac{(2-x)(x-2)}{2} < 2 - \frac{x^2}{6}$.

Зад.2: В успоредника ABCD точките M и N са среди съответно на страните AB и CD

а) Ако AD = 8 cm и AN е ъглополовяща на върха A, намерете P_{ABCD} и медианата към страната AB в ΔABN;

б) Докажете, че правите AN и CM са успоредни и разделят диагонала BD на три равни части.

Тема № 9

Зад.1: а) Решете уравнението $\frac{y}{3} - \frac{y+3}{4} = y - \frac{1}{3}\left(1-\frac{3-24y}{8}\right)$ и проверете дали неговите решения са решения и на неравенството $\frac{(x-3)^2}{4} \geq \left(\frac{-x-1}{2}\right)^2 - 3^2$;

б) Разстоянието между две пристанища A и B по море е с 22,5 km по-малко отколкото по автомобилен път по суша. Кораб изминава това разстояние за 3 часа и 20 минути, а автомобил, който се движи по суша в същата посока – за 1 час и 45 минути. Скоростта на автомобила е с 40 km/h по-голяма от тази на кораба. Да се намерят пътищата изминати от кораба и автомобила и скоростите им;

➢ В един магазин продали определен брой чанти за три дни. През първия ден продали 30% от чантите, през втория ден – с 10% повече от продадените през първия ден, а през третия ден – с 8 чанти повече от продадените през втория ден. Да се намери общо колко чанти са продадени; Ако продадените чанти са от три модела, като съответните им бройки се отнасят, както 1:2:5, да се намери колко чанти от всеки модел са продадени.

Зад.2: а) Даден е ΔABC, в който AC = BC и $\sphericalangle C = 80^0$. Точка M е вътрешна за триъгълника и такава, че $\sphericalangle MAB=10^0$ и $\sphericalangle ABM=30^0$. Ако CH ($H\in AB$) е височина в ΔABC, да се намери $\sphericalangle AMC$;

б) Страната AB на успоредника ABCD е два пъти по-голяма от страната BC. Точките M и N са среди съответно на AB и CD. Върху страната BC е взета точка P така, че $\sphericalangle BPN=2\sphericalangle BPM$. Докажете, че DP е перпендикулярна на BC.

Тема № 10

Зад.1: а) Решете уравнението $\frac{x}{5} - \frac{(2x-3)^2}{3} = \frac{1}{5}\left(5-\frac{20x^2-43x}{3}\right)$ и неравенството $\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\left(1-\frac{2-3x}{4}\right) \geq 1{,}25x - \frac{x-5}{12}$ и проверете решение ли е на неравенството числото $n = -2^4\left|\frac{5}{4}-\frac{7}{8}\right|$;

б) Два еднакви басейна се пълнят с вода от две тръби. Първата тръба може да напълни своя басейн за 20 часа, а втората – за 5 часа. Първият басейн започва да се пълни

Учебен център "СОЛЕМА" www.solemabg.com

обучение по математика, физика, български и английски език, компютър
адрес: гр.София, ж.к. Надежда, бл. 335 ☎: 897 99 54 (вечер), г-н Станев; e-mail: solema@gbg.bg; Web адрес: www.solemabg.com

в 10 часа, а вторият – 45 минути след първия. Да се намери: в колко часа двата басейна е имало еднакво количество вода и след колко време, считано от 10 часа водата във втория басейн е била k пъти повече от водата в първия, където k е цяло положително число;

➢ Един влак трябвало да измине разстоянието между две гари A и B по разписание за определено време. Ако влакът тръгне от гара A и се движи със скорост 75 km/h ще пристигне в гара B 48 min по-рано, а ако се движи с 50 km/h, за определеното време ще стигне на 40 km преди гара B. Да се намери: разстоянието между двете гари; времето по разписание, за което влакът трябва да измине това разстояние и скоростта, с която трябва да се движи влакът, за да спази разписанието.

Зад.2: Даден е ΔABC, в който ъглополовящата AL (L∢BC) пресича височината CD (D∢AB) в точка M

а) Ако CM = CL и ∢B = 50^0, да се намери AD;

б) Ако AL = CD и правата успоредна на AB и минаваща през точка M, пресича AC в точка P така, че PC = 2AP, да се докаже, че ΔABC е равностранен.

Тема № 11

Зад.1: а) Решете уравненията: $ax - a^2 = 2x - 4$ и $\left|\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2 - x\left(\frac{1}{4}x-3\right)\right| = 2$ и неравенството $\frac{0,2x}{0,1} - \frac{0,1x-0,03}{0,03} - \frac{0,4x-0,5}{-0,4} > 1$;

б) Строителна фирма употребила през първия месец за строежа на даден обект $\frac{2}{7}$ от предвидения за построяване на обекта цимент, а през втория месец – 20% от останалия цимент. За третия месец останало да се изразходва 20 тона повече цимент отколкото са употребили през първите два месеца. Да се намери колко тона цимент е употребила фирмата за построяването на обекта и колко трябва да се изразходва допълнително през третия месец така, че количествата през първия, втория и третия месец да се отнасят тъй както 2:1:5?

➢ В един пълен до горе резервоар за вода, има две електрически помпи. едната помпа може да го изпразни сама за 6 часа, а другата за същото време би изпразнила 75% от него. В 8 часа пуснали първата помпа, а след 20 минути и втората. В колко часа ще се изпразни $\frac{1}{4}$ от резервоара, ако от 8^{30} до 8^{50} е спирал тока?

Зад.2: а) Даден е ΔABC, за който AM (M∈BC) е ъглополовяща на ∢BAC.

➢ Ако ∢ACB>90^0 и върху най-голямата страна на ΔABC е взета точка P така, че ∢PMB=∢BAC, да се докаже, че MP=MC;

➢ Нека ∢ACB=90^0, AM=7 cm и AM пресича BC под ъгъл равен на един от ъглите на ΔABC. Да се намерят ъглите на ΔABC и височината му през върха C.

б) В квадрата ABCD точките N и M са среди съответно на страните BC и CD. Докажете, че AN е перпендикулярна на DM и ∢NAC=∢BDM.

Тема № 12

Зад.1: а) Дадено е уравнението $x - \left(\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2}\right) = a - \frac{3-2x}{3}$, където a е параметър, а x е неизвестно. Да се намери, за кои стойности на параметъра числото $\frac{1}{3}$ е корен на у-то;

б) Решете уравнението $(x-1)^3 - x(x-1)(x-3) = (-x-1)^2$ и неравенството $y - \frac{2}{7}\left(4y - \frac{2-y}{4}\right) < 1$ и да се намерят стойностите на параметъра k, за които корените на уравнението $|1-y| = k$ са решения на неравенството?

Зад.2: а) Даден е остроъгълен ΔABC, за който височините AM (M∈BC) и CD (D∈AB) се пресичат в точка H. Ако ∢AHC=100^0 и ∢BAC : ∢ACB = 2 : 3, да се намерят ъглите на ΔABC и да се докаже, че $P_{\Delta AMC} > P_{\Delta DMC}$;

б) Даден е правоъгълник ABCD, в който AB>AD. На страните AB, BC и CD са взети точките M, P и N такива, че MB=CP=ND. Ако BC=AM, да се намери ∢PAN и да се докаже, че CM е перпендикулярна на NP и ∢NMC>45^0.

Тема №13

Зад.1: а) Решете: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(3x-1\frac{1}{2}\right) - \left(x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}+x\right) = 1-2x$, $\left|\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 - \left(\frac{x}{2}+1\right)\left(\frac{x}{2}-1\right) - 3\right| - 9 = -4$ и $(x-1)^2 - 3 + (2x+3)(2x+1) > 4x(x+2)$. Намерете за кои стойности на параметъра a (a е естествено число) решенията на уравнението $2ax - 3(x-1) = 5 + ax$ са решения и на неравенството $x - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{5-2x}{-4}\right) \le \frac{x}{3} + \frac{2x-3}{4}$;

б) Разстоянието между две гари A и B е 148 km. От гара A за гара B тръгва влак, който се движи със скорост 80 km/h, а едновременно с него от гара B за гара A тръгва втори влак със скорост 36 km/h. Известно е, че до срещата на двата влака в гара C първият влак е правил престой от 10 минути, а втория влак – 5 минути. Да се намери разстоянието между гарите C и B. Да се намери и в колко часа е тръгнал втория влак от гара B, ако срещата с първия влак в гара C е станала в 12 часа по обяд.

➢ Четирима трактористи изорали един блок. Първият изорал $\frac{1}{4}$ от блока и още 10 декара, вторият – с 5 декара повече от първият, третият – 0,4 от останалия блок, а чет-

Учебен център "СОЛЕМА" www.solemabg.com

обучение по математика, физика, български и английски език, компютър

адрес: гр.София, ж.к. Надежда, бл. 335 ☎: 897 99 54 (вечер), г-н Станев; e-mail: solema@gbg.bg; Web адрес: www.solemabg.com

въртият – останалите 45 декара. Колко декара е целия блок; Колко декара е изорал всеки от първите трима трактористи и каква част от работата е свършил.

Зад.2: а) Даден е успоредникът ABCD за който AB = 2AD и точка M – среда на AB.

- Да се намери дължината на отсечката MD и ъглите на ΔABD, ако AB = 10 cm и ∢ABC = 120^0;
- Нека точка P е среда на CD, а отсечките PA и PB пресичат MD и MC съответно в точките Q и T. Да се докаже, че MP = QT;
- Нека точка E е вътрешна за страната BC и DE е перпендикулярна на BC. Да се докаже, че DM = ME.

б) Върху страната AB на ΔABC е взета точка M такава, че BM = 2AM и ∢AMC = 120^0. Симетралата на страната BC пресича CM в точка P така, че BM = 2PM.

- Да се намерят: ∢ABP и ∢ACB;
- Перпендикулярът, издигнат от B към CB, пресича правата CM в точка K. Ако CB e 2 cm, да се намери лицето на AKBC.

Тема №14

Зад.1: а) Да се намери неизвестното: $\left(\frac{1}{3}-2x\right)^2-\left(2x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}+2x\right)=0{,}5-1\frac{2}{9}x$; 2ax – a = 3 + x, където a е параметър и да се провери имали параметричното уравнение решение при $a=\frac{2.3^2}{6^2.\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}$; |10 – 5x| = 2|2 – x| + 1; и $\frac{(0{,}5x-1)(1+0{,}5x)}{0{,}5^2}-\frac{x-0{,}5}{0{,}5}\geq x^2$;

б) Тракторист трябвало да изоре една нива за определен срок. За да спази срока трябвало да изорава по 20 декара на ден. Още първия ден той успял да изоре 25% повече от предвидената норма, продължил да работи така и 4 дена преди определения срок вече бил изорал $\frac{5}{6}$ от цялата площ. Намерете колко декара по ангажимент е трябвало да изоре тракториста и за колко дена изорал $\frac{5}{6}$ от цялата площ.

– Турист който пътувал от едно село към ж.п. гара изминал през първия час 3 km. Ако осталия път би изминал със същата скорост, би закъснял с 40 min. Затова следващите часове, той се движил с $33\frac{1}{3}\%$ по-бързо отколкото през първия час. По такъв начин пристигнал на гарата 45 min преди тръгването на влака. Какво е разстоянието между селото и ж.п. гарата и за колко време туристът е изминал това разстояние?

Зад.2: а) Даден е ΔABC, в който AB = 2AC и ∢A = 60^0. Построени са височината CP (P∈AB) и ъглополовящата AM (M∈BC). Ако BM = 9 cm, да се докаже, че ∢ACP = ∢ABC и да се намери дължината на отсечката CP;

б) Диагоналите на ромб ABCD се пресичат в т. O. Да се намери разстоянието от т. O до правата AB, ако ∢BAO : ∢ABO = 1 : 5 и AB = 8 cm; Ако т. M е от правата AD така, че A е между M и D, да се докаже, че $P_{\Delta MBA} < P_{\Delta MBO}$.

Тема № 15

Зад.1: а) Даден е изразът A = $x^2 - 9 + 4y^2 - 4xy$. Да се разложи A на множители и да се пресметне стойността на |A|, ако $x=y=6\left(\frac{1}{18^2}:\frac{1}{18}-\frac{8^4.3^8}{36^5}\right)$;

б) Дадено е уравнението $a^2x = 2 + 4x - a$, където a е параметър. Да се реши уравнението и да се намери за кои стойности на параметъра a даденото уравнение има цели корени?; Да се намерят всички стойности на параметъра a, при които числото 1 е корен на уравнението.

– За да ушие една поръчка от чанти в определен срок, шивашка бригада трябва да ушива по 45 чанти дневно. След 2 дни работа бригадата увеличила дневната си производителност с 5 чанти, поради което за определения срок ушила 100 чанти над плана. Да се намери колко чанти е трябвало да произведе бригадата по план.

Зад.2: а) Диагоналите на ромб ABCD се пресичат в т. O, като AB = 2 OB. Намерете ъглите на ромба, ако т. M и т. N са съответно от AB и BC така, че MB = NC и да се докаже, че ΔMND е равностранен.

б) В ΔABC ъглите при върховете A и B са остри. Ъглополовящата BT (T∈AC) и височината CH (H∈AB) се пресичат в т. O, така че CO = CT: Да се докаже, че ∢ACB =90^0; Ако CE (E∈AH) е ъглополовяща на ∢ACH, да се докаже, че BC = BE; Ако ∢ABC = 2∢CAB и CH = 12 cm, да се намери периметърът на ΔCOT.

Тема № 16

Зад. 1: а) Даден е изразът: $A=\left(\frac{2x-1}{2}\right)^2-\left(3x-1\frac{1}{2}\right).\frac{1}{3}-\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$. Да се реши: Уравнението A = – 2x + 1; Неравенството A < 5 – 2x; Уравнението A – 1 = 1 – a, където a е параметър.

б) Разстоянието между два града A и B е 529,5 km. В 15 часа и 48 минути от A към B тръгва пътнически влак, а в същия ден в 16 часа и 18 минути от B към A тръгва бърз влак, който среща пътническия влак в 20 часа. Да се намерят скоростите на двата влака, ако те се отнасят както 4 : 5. На какво разстояние от A е станала срещата.

– Двама работника трябвало да свършат определена работа. Първият работник може да свърши сам работата за 12 дни. Времето за което вторият работник може да свърши сам работата, е с 25% повече от това на първия: Ако първия работник е работил сам 3 дни, а след това се включил втория работник, да се намери още колко дни трябва да

Учебен център "СОЛЕМА" www.solemabg.com

работят двамата заедно за да свършат цялата работа; Ако първия е работил сам 3 дни, а след това се е присъединил и втория, колко дни е работил първия работник за да свършат 70% от работата и каква част от работата е свършил всеки от тях.

Зад.2: а) През върха C на ΔABC ($AC>BC$) са построени вътрешната ъглополовяща CM ($M\in AB$) и външната ъглополовяща CP ($P\in AB$):

– От т. B са построени перпендикулярите BQ ($Q\in CP$) и BT ($T\in CM$) съответно към правите CP и CM. Да се докаже, че $TQ = BC$ и правата $TQ \parallel AC$;

– Върху продължението на най-голямата страна AC в ΔABC е нанесена отсечката $CE = CB$ така, че т. C е между точките A и E. Да се докаже, че $\sphericalangle ABE$ е тъп.

б) В успоредника ABCD ъглополовящата на $\sphericalangle BAD$ пресича средата на страната CD в точка M. Правата BM пресича страната AD в точка N: Ако $AD = a$ cm, да се намери периметъра на успоредника и да се докаже, че AM е симетрала на BN.

Тема № 17

Зад.1: а) Да се намери неизвестното от: $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2-2x=5{,}25-(1-2x)(2x+1)$; $(2x-1)^3-(2x+1)^3+24x^2+2=0$; $3(x-1)^2-ax=3x^2+a$, където a е параметър; $|ax+2x+1|=3$, където a е параметър; $x-\frac{1}{3}\left(\frac{3-2x}{4}-1\right)\le\frac{x}{2}-\frac{1-5x}{4}$ и да се провери решение ли е на това неравенство числото $a=\frac{(2^3)^3.6^4}{(-3)^3.4^5}$.

б) Две еднакви цистерни се пълнят с вода от две тръби. Първата цистерна може да се напълни за 18 часа, а втората – за 12 часа. Първата цистерна започва да се пълни в 8 часа сутринта, а втората – в 9 часа и 15 минути. Да се намери: В колко часа в двете цистерни ще има еднакво количество вода; Най-много до колко часа трябва да работят двете тръби, така че количеството вода в двете цистерни да не превишава 75% от количеството вода което може да са побере в една от тях.

– В един комбинат работят две фирми с определен брой работници. За една седмица всеки работник от първата фирма изработва 5 t продукция, а всеки работник от втората фирма – 2 t. В първата фирма има 4 работника по-малко от втората. Да се намери броят на работниците в двете фирми, ако за една седмица: първата фирма изработва 10 t продукция по-вече от втората; Ако произведената продукция от втората фирма е $\frac{1}{k}$ част от произведената продукция от първата фирма (където k е цяло положително число).

Зад.2: а) Даден е остроъгълен триъгълник ΔABC, за който $AC>BC$. Симетралата на AB пресича AC в точка M:

– Ако $BM\perp AC$ и $2MC = BC$, да се намерят ъглите на триъгълника;

–Ако т.P и т.Q са среди съответно на AM и BC и $2PQ = BC$, да се намери $\sphericalangle BAC$

б) Даден е остроъгълен ΔABC, в който височината CD ($D\in AB$) е равна на ъглополовящата AL ($L\in BC$) и $AC = 2AD$. Да се докаже, че: ΔABC е равностранен; Ако т. P е вътрешна за отсечката AB, а т. X е вътрешна за отсечката CP, то да се докаже, че $CP<BC$ и $CX<AX+BX$.

Тема № 18

Зад.1: а) Намерете неизвестното от: $\left(1+\frac{x}{3}\right)^2-5x=\frac{2}{3}x+\frac{x^2}{9}$; $x^2-6x-7=0$; $m(mx-1)=3(3x+1)$, където m е параметър; $3|2x+5|-|-2x-5|=5$; $\left(2+\frac{x}{3}\right)^2-\frac{x-1}{0{,}2}\le\frac{x}{3}\left(4+\frac{x}{3}\right)-5x+10$;

б) Работниците на една фирма работят на две смени. За една седмица всеки работник от първата смяна изработва 36 бройки готова продукция, а всеки работник от втората смяна – 30 бройки. Въпреки, че първата смяна има двама работника по-малко, тя изработва 24 бройки готова продукция повече. Намерете: Колко са работниците във всяка смяна и колко бройки готова продукция произвеждат седмично двете смени?;

– Топ плат с цена 8, 60 лв. за един метър е продаден за 4 дни. През първия ден продали 15 m, през втория ден – $22\frac{2}{9}\%$ от останалото количество, през третия ден – с 50% повече от продаденото през втория ден, а за продадения плат през четвъртия ден са получили 103,20 лв.. Колко метра е бил целия плат и по колко метра са продали през втория, третия и четвъртия ден?

Зад.2: а) В остроъгълен ΔABC са построени височините AA_1 и BB_1, които се пресичат в точка H. Ако $B_1H = B_1C$, да се докаже, че: $BB_1 = AB_1$ и A_1B_1 е ъглополовяща на $\sphericalangle AA_1C$.

б) Даден е успоредник ABCD, за който върхът D лежи на симетралата на AB:

– Ако $AB = 10$ cm и $\sphericalangle ADC = 135^0$, намерете лицето на успоредника;

– Ако $\sphericalangle ABC = 120^0$, намерете ъгъла между диагоналите на успоредника и $\sphericalangle DAC$.

Тема № 19

Зад.1: а) Решете уравнението $(x-1)^3-x(x-1)(x-3)=(-x-1)^2$ и неравенството $y-\frac{2}{7}\left(4y-\frac{2-y}{4}\right)<1$ и да се намерят стойностите на параметъра k, за които корените на уравнението $|1-y|=k$ са решения на неравенството?

б) Велосипедист се изкачва по стръмен път със скорост 9 km/h и се спуска обратно със скорост 15 km/h:

– На какво разстояние може да се отдалечи велосипедистът, за да се върне в изходният пункт за 3 часа и 12 минути?

адрес: гр.София, ж.к. Надежда, бл. 335 ☎: 897 99 54 (вечер), г-н Станев; e-mail: solema@gbg.bg; Web адрес: www.solemabg.com

– Най-много на какво разстояние може да се отдалечи велосипедистът, за да се върне на изходният пункт за не повече от 1 час и 36 минути?

Зад.2: а) Даден е ΔABC. Върху страната AB е взета точка M така, че BM = 2AM. Намерете ъглите на ΔABC, ако ∢BMC = 60^0 ∢ACM = 15^0;

б) Страната AB на успоредника ABCD е два пъти по-голяма от страната BC. Точките M и N са среди съответно на AB и CD. Върху страната BC е взета точка P така, че ∢BPN = 2∢BPM. Докажете, че DP е перпендикулярна на BC.

Тема № 20

Зад. 1: а) Да се намери неизвестното от: $(2x-1)^3+1{,}125=\left(2x+\frac{1}{2}\right)^3-18x^2-5$;

$\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\right)^2>\frac{4x+3}{6}$.

б) Един комбайн ожънал пшеничен блок за три дни. През първия ден ожънал $\frac{3}{4}$ от блока, а през втория ден – 35% от останалата част. За третия ден останало да бъдат ожънати 36 декара по-малко отколкото е ожънато през първите два дни.

– Колко декара е площта на блока и по колко декара е ожънал през първите три дни?

– Ако комбайна започне жътва в друг блок с площ 143 декара, колко декара най-малко трябва да ожъне през първите два дни, така че неожънатата част да не е повече от 30% от ожънатата?

Зад. 2: а) Даден е остроъгълен ΔABC, за който ∢ACB = 60^0. Отсечките AA_1 и BB_1 са височини в триъгълника (т.$A_1 \in BC$, т.$B_1 \in AC$), които се пресичат в т. H. Точките D, M и N са среди съответно на отсечките AB, AH и BH. Да се докаже, че ΔMNH е еднакъв на ΔA_1B_1H и ΔDA_1B_1 е равностранен.

б) Даден е успоредник ABCD (AB || CD) с ∢BCD < 45^0. Диагоналът BD е равен на страната AD. Ъглополовящата на ∢ADB пресича правата BC в точка M: Да се докаже, че четириъгълникът AMBD е ромб; Нека DF ⊥ AM (F∈ AM) и DF пресича AB в т. P. Ако ∢ADP = 34^0, да се намерят ъглите на ΔMBP.

Тема № 21

Зад. 1: а) Да се реши: уравнението $x^2-\dfrac{3-\frac{x}{2}}{4}=0{,}25(1+2x)(2x-1)+0{,}5x$; Неравенството $1-\frac{2x-1}{2}+\frac{x^2}{3}<\frac{(x+2)^2}{3}+\frac{x}{-2}$ и да се провери кои от решенията на уравнението |2 – x| = 5 са решения и на неравенството?

б) За три дни учениците от един клас предали 120 kg вторични суровини. През първия ден били предали с 40% повече от втория, а през третия ден $\frac{2}{3}$ от продаденото количество през първите два дни. По колко килограма е предал класът през всеки от трите дни? Ако количествата, предадени от момчетата и момичетата за всеки от дните се отнасят съответно както 2 : 1, то по колко килограма вторични суровини са предали момичетата през всеки от дните?

Зад. 2: а) В ΔABC отсечката CL е вътрешна ъглополовяща (L∈ AB), а AC е най-голямата му страна. Отсечката BN (N∈ AC) е перпендикулярна на CL и отсечката BM (M∈ AC) е успоредна на CL. Ако MN = 12 cm, да се намери BC и да се докаже, че LA > LB

б) Даден е правоъгълникът ABCD (AB > AD). Върху страната CD е взета точка M така, че AM = AB. Върху AM е взета т. N така, че AN = DM. Да се докаже, че BN ⊥ AM Ако ∢MAB = 30^0, то AB = 2AD.

Тема № 22

Зад. 1: а) Да се реши уравнението $(3x-1)^2-5(x+1)(x-1)=(1+2x)^2-7x$ и неравенството $\frac{4x+3}{4}-\frac{1}{3}\left(2+\frac{2-x}{2}\right)<x-\frac{1}{2}$;

б) Един работник може да извърши определена работа за 8 часа, а друг работник – за 5 часа и 20 минути. Отначало първият работник работил сам 3 часа, а след това се включил и вторият. Да се намери в колко часа е била свършена 75% от работата, ако първият работник е започнал работа в 9h 20 min и двамата са направили почивка от 13 h до 13 h 30 min.

Зад. 2: Даден е правоъгълник ABCD, в който AB > AD. На страните AB, BC и CD са взети точките M, P и N такива, че MB = CP = ND.

а) Да се докаже, че четириъгълникът AMCN е успоредник и да се намерят ъглите му, ако MC = 2 MB.

б) Ако BC = AM, да се намери ∢PAN и да се докаже, че ∢NMC > 45^0.

Тема № 23

Зад. 1: а) Да се реши неравенството $(x-2)^2+x(3-x)+4x \geqslant 1$ и да се намерят целите числа от интервала (–6; 2], който са решения на неравенството.

обучение по математика, физика, български и английски език, компютър
адрес: гр.София, ж.к. Надежда, бл. 335 ☎: 897 99 54 (вечер), г-н Станев; e-mail: solema@gbg.bg; Web адрес: www.solemabg.com
==

б) Да се реши уравнението $\frac{(1-2x)^3+4x^2(2x-3)}{3}=\frac{4a^2+1}{6}-\frac{x}{3}(6{,}5+a)$, където a е параметър, и да се намерят стойностите на a, за които корените на уравнението са решения на неравенството $|x| > \frac{1}{2}$.

Зад. 2: Даден е остроъгълния ΔABC, в който $\sphericalangle ACB = 45^0$ и BP ($P \in AC$) е височина

а) Ако AB = 2 AP, да се намерят ъглите на ΔABC и да се сравнят отсечките AP и BL, където L е пресечната точка на ъглополовящата на $\sphericalangle BAP$ с височината BP.

б) През върха C на ΔABC е построена височината CD ($D \in AB$) която пресича височината BP в точка H. Да се докаже, че AP = PH. Да се намери $\sphericalangle DCB$, ако BC = 2DP.

Тема № 24

Зад. 1: а) Да се реши уравнението $(2x + 1)^2 – 2(x – 2)^2 – 1 = 2x(x + 1)$ и системата

$$\left|\begin{array}{l}\frac{x-2}{2}-\frac{x-1}{3}<1\\ \frac{x-1}{2}+x>0\end{array}\right.$$

б) Параход изминава разстоянието между две пристаница по течението на река за 3h 15 min, а срещу течението и – за 4h 20 min. Да се намери разстоянието между пристанищата, ако скоростта на течението на реката е 3 km/h. За колко секунди параходът е изпреварил танкер, който се е движил по течението на реката със скорост 15 km/h, ако дължината на парахода е 25 m, а на танкера – 50 m?

Зад. 2: Даден е ΔABC, в който $\sphericalangle ACB = 60^0$ и ъглополовящите AL ($L \in BC$) и BN ($N \in AC$) се пресичат в точка O.

а) Ако $AL \perp BC$, да се докаже, че ΔABC е равностранен и да се намери AO, ако OL = 3 cm=

б) Ако AO + ON = AB, да се докаже, че ΔABL е равнобедрен и да се намерят $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC$.

в) Ако ΔABC е остроъгълен, AC > BC, $\sphericalangle BAC = \alpha$ и $\sphericalangle ABC = \beta$, да се докаже, че $30^0 < \alpha < 60^0$ и $60^0 < \beta < 90^0$.

Учебен център "СОЛЕМА" www.solemabg.com